Felix Klein et les transformations

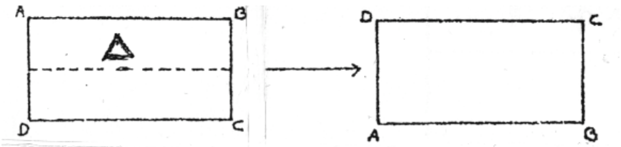
Dès la classe de 3ème , on connaît déjà plusieurs transformations du plan : les symétries axiales, les translations et les rotations.
En 1872, Felix Klein décrit la géométrie comme l'étude, non plus des propriétés des figures, mais des transformations qui laissent invariantes ces figures.

Felix Klein(1849-1925)

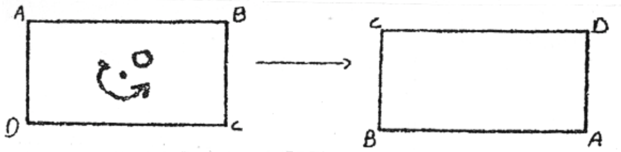
Né à Düsseldorf.

Son sérieux et sa vie trop bien organisée prêtaient à sourire. Ses étudiants disaient qu'il ne connaissait que deux plaisanteries : l'une pour la rentrée d'octobre et l'autre pour le second semestre de printemps. Son temps était tellement planifié que, même sa fille, devait prendre rendez-vous pour le rencontrer. [9]

Recherchons par exemple les transformations laissant invariant un rectangle, c'est-à-dire les mouvements du rectangle qui le ramènent à sa position initiale, certains sommets ayant éventuellement permuté.
C'est le cas de la symétrie d'axe Δ.

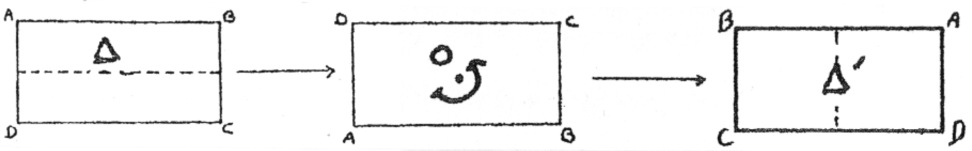


On peut aussi considérer la rotation de centre O, d'angle 180° et de sens direct.



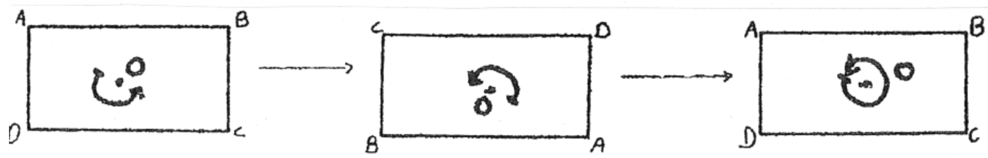
A partir de ces transformations de base, on peut en fabriquer d'autres laissant invariant le rectangle, il suffit de les composer, c'est-à-dire de les effectuer l'une après l'autre.

Par exemple, on peut commencer par faire agir la symétrie d'axe Δ, puis la rotation de 180°.



En composant ces 2 transformations, nous avons obtenu une nouvelle transformation, qui est en fait la symétrie d'axe Δ' .

On peut aussi composer la rotation d'angle 180° avec elle-même.



On obtient la rotation de centre O, d'angle 360° et de sens direct, elle laisse fixe chaque sommet du rectangle.
On démontre qu'il y a exactement 4 transformations qui laissent invariant le rectangle.